נכונות של :

נכונות האלגוריתם נובעת מכך שכאשר נבצע גיזומים אופטימליים, ערך השורש יהיה אופטימלי [korf '89].

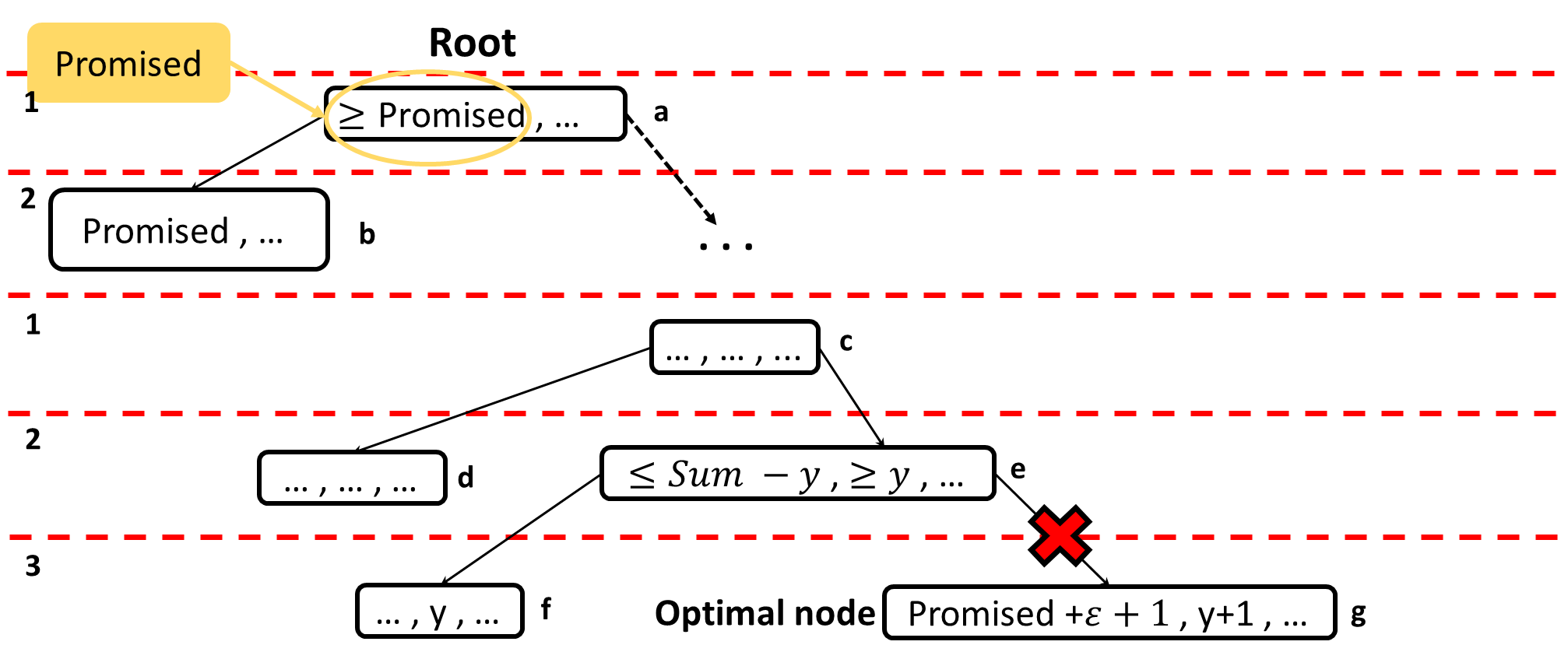
נוכיח את נכונות האלגוריתם שלנו על ידי כך שנראה שגיזומים תת אופטימליים יבטיחו ערך בשורש במרחק של עד מהערך האופטימלי.

במקרים הבאים נציג עץ משחק חוקי אשר מתקיימים בו גיזומים תת אופטימליים, נראה כי בכל מקרה בו מתבצע גיזום מסוג זה ערך השורש לא נפגע ביותר מ.

נחלק למקרים :

**מקרה 1 :**

*נניח בשלילה כי קודקוד אופטימלי כלשהו [g] אשר היה נבחר ע"י שחקן 2 [e] נגזם, וערכו עבור שחקן 1 : .*

**

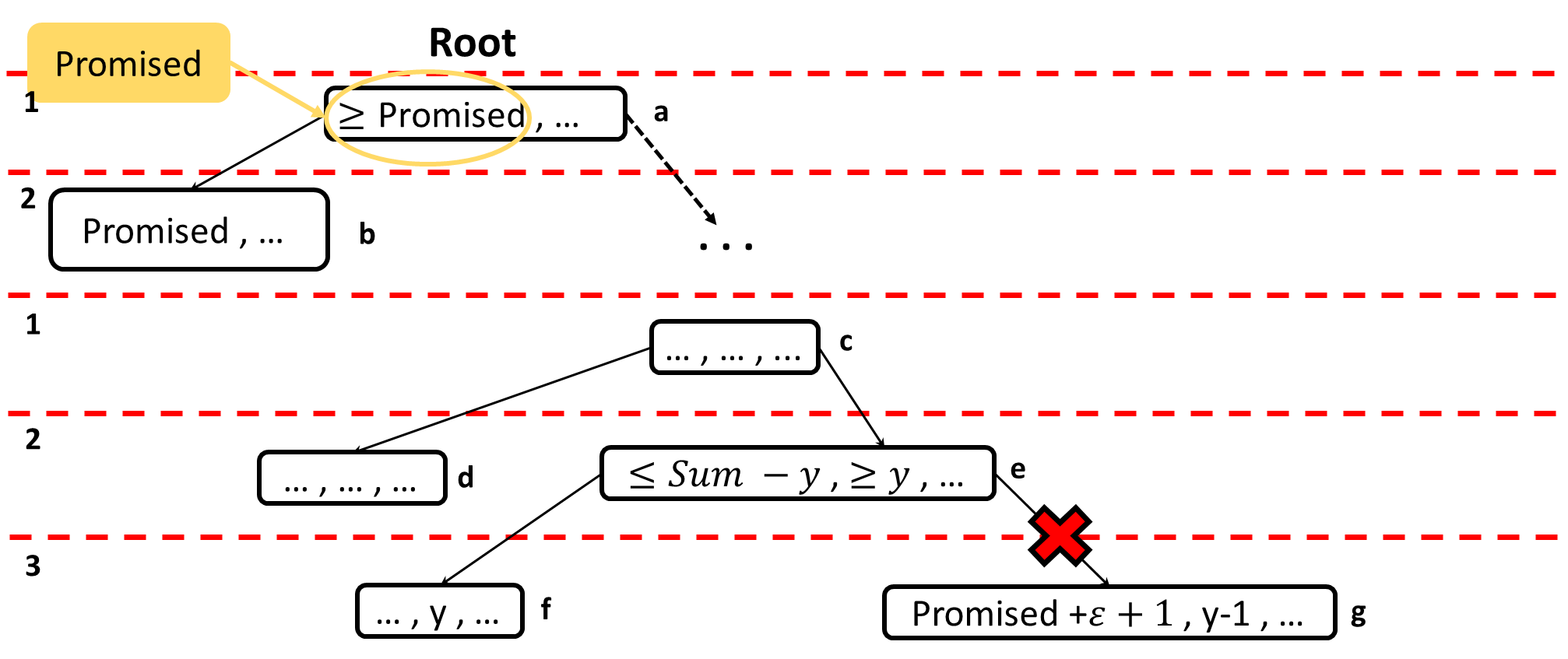
*יהי תת עץ כלשהו בגרף, כאשר שחקן 1 הוא שורש תת העץ. ערך קודקוד השורש [a] עבור שחקן 1 הינו , שעודכן לאחר חיפוש בבן אחר[b] .*

*ערך קודקוד f]] עבור שחקן 2 הוא y , וערכי קודקוד [g] עבור שחקן 1 ו2 הם:*

*ו y+1 בהתאמה (עפ"י ההנחה כי קודקוד זה הוא אופטימלי).*

*בכדי שיתבצע גיזום, התנאי שצריך להתקיים הינו :*

*סך ערכי השחקנים בקודקוד [g] גבוהה מSum (הערך המקסימלי עבור סכום הערכים בקודקוד), ולכן קודקוד זה אינו חוקי, סתירה להנחה כי גזמנו קודקוד אופטימלי כלשהו בעץ חוקי שעבורו*

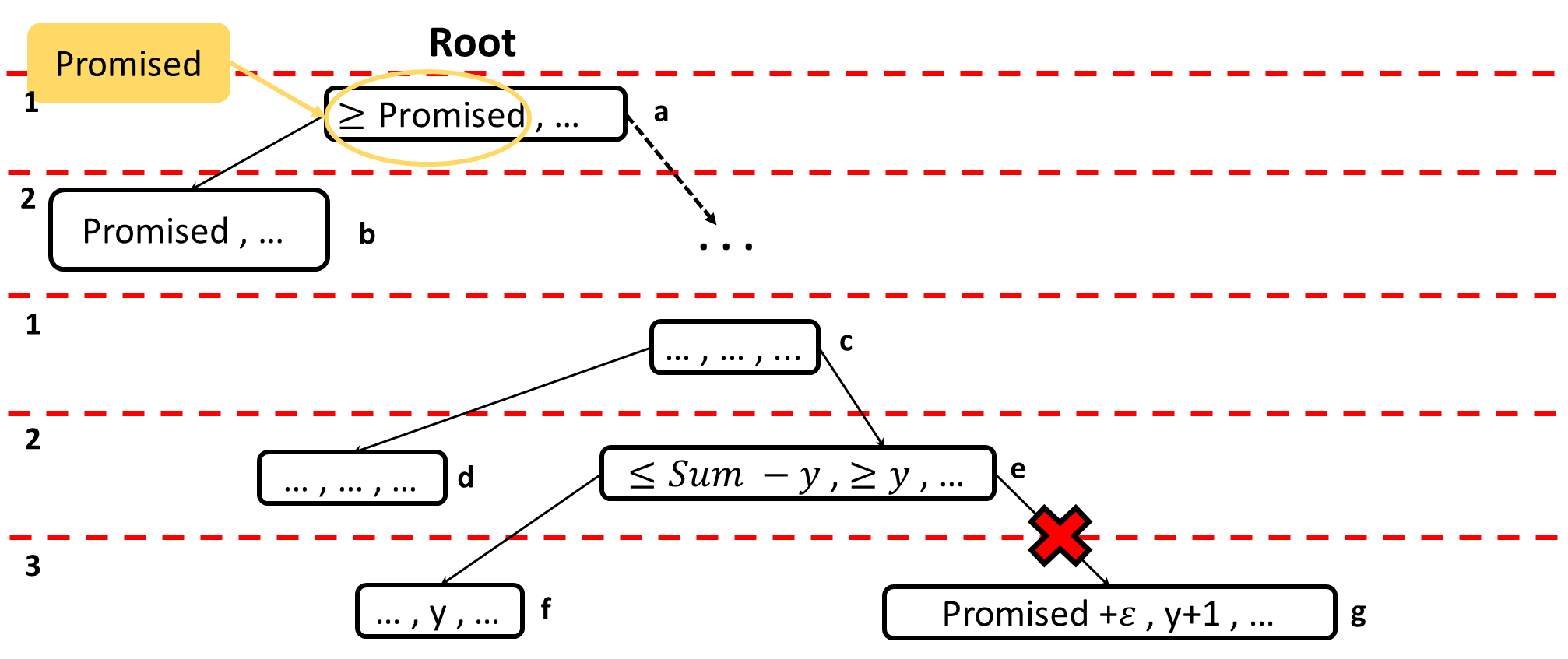
****מקרה 2 :**

*נניח כי גזמנו קודקוד* *[g] שעבורו*  ,אך הקודקוד שנגזם *[g]*  אינו אופטימלי. נראה כי שחקן 2 [e] לא היה בוחר בקודקוד זה*[g]* , ולכן קודקוד זה *[g]*  לא יגיע לשורש.

תנאי הגיזום הוא :

ידוע שסכום ערכי השחקנים בכל קודקוד חסום ב:sum

מכאן ששחקן 2 [e]לא היה בוחר בקודקוד שנגזם [g], אלא היה בוחר בקודקוד אחר [f], אשר ערכו עבור שחקן 1 חסום ב Sum-y שאינו גדול מערך השורש מ *.*

****מקרה 3 :**

*נניח כי גזמנו קודקוד [g] שעבורו*  , והקודקוד שנגזם *[g]*  הינו אופטימלי. נראה כי כאשר מתבצע גיזום תת אופטימלי לקודקוד [g] ערך השורש יהיה במרחק של עד מהערך האופטימלי.

מתוך ההנחה כי [g] קודקוד אופטימלי, אשר באלגוריתם המבצע גיזומים אופטימליים היה נבחר להיות ערך השורש, ניתן לראות כי ערך השורש המובטח Promise קטן ב*מערך הקודקוד האופטימלי בעץ, כלומר שמרנו על מרחק חסום ב – .*

*סיכום :*

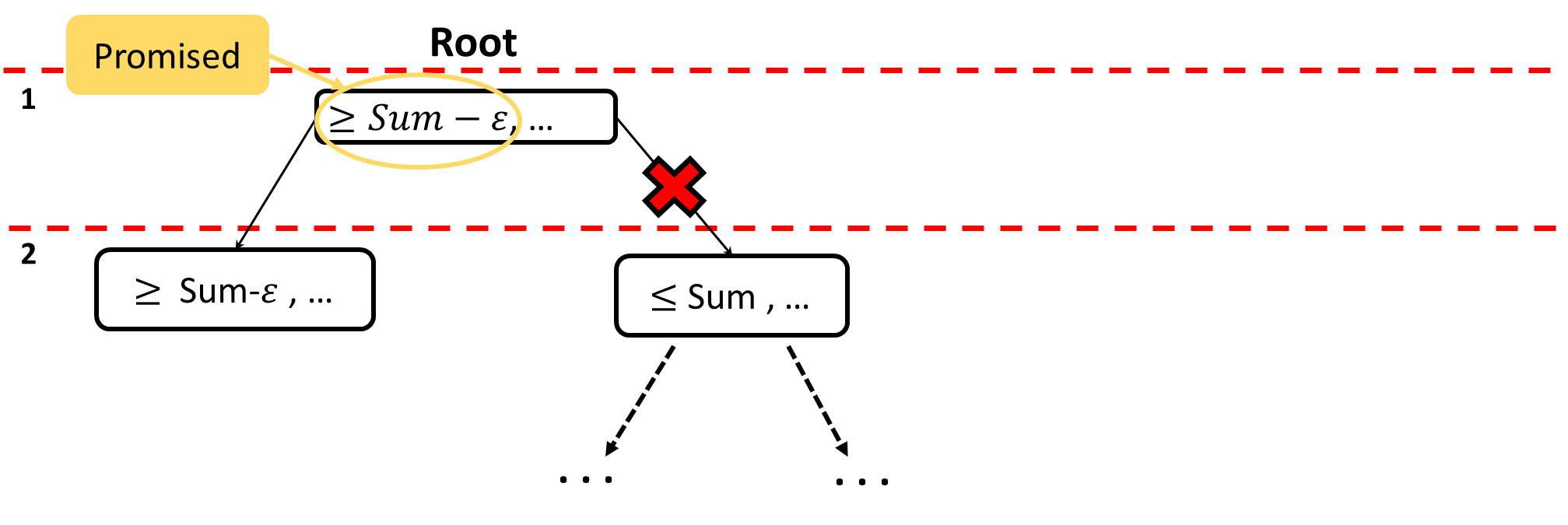
*במקרה 1 הראנו כי לא היה נגזם קודקוד חוקי עם ערך ושהוא גם קודקוד אופטימלי.*

*במקרה 2 הראנו כי אם גזמנו קודקוד בעל ערך , אך אינו אופטימלי, קודקוד זה לא היה נבחר ע"י שחקן 2 ולכן לא היה מגיע לשורש עץ.*

*במקרה 3 הראנו כי אם גזמנו קודקוד בעל ערך , ושהינו קודקוד אופטימלי, ערך השורש לא יפגע ביותר מ .*

*בכל מקרה אחר עבור קודקוד שערכו , קודקוד לא היה משנה את ערך השורש מהערך שכבר מובטח לו (Promise).*

נכונות של :



גיזום תת אופטימלי אשר מתבצע רק עבור שורש העץ. נראה את נכונות גיזום זה בכך שבכל מקרה בו יתבצע גיזום תת אופטימלי זה, ערך השורש לא יפגע ביותר מ- מהערך האופטימלי.

נחלק ל-3 מקרים :

מקרה 1 – הערך האופטימלי נמצא בתת עץ היוצא מהבן הראשון : על פי האלגוריתם לא מתבצע גיזום תת אופטימלי, מכיוון שערך הPromise יהיה שווה ל-0 – טריוואלי.

מקרה 2+3 – הערך האופטימלי נמצא בתת עץ שיוצא מהבן הלא ראשון: על פי האלגוריתם נגזום כאשר השורש הינו גדול או שווה מ .

ידוע כי  *לכל , ומכאן שאם גזמנו את הערך האופטימלי OPT ( לא פגענו בערך השורש ביותר מ-* *, ואם לא גזמנו נגיע אל ערך זה בהמשך.*

קיים ערך אופטימלי OPT אשר מקיים עבור שחקן 1 את התנאי הבא:

*מתוך ההנחה כי גזמנו ערך זה על ידי גיזום תת אופטימלי מיידי, מתקיים:*

*ההפרש בין הערך האופטימלי לבין ערך השורש הינו לכל היותר*  *.*